DÚ č.4 – Kvadratická funkce

Kvadratickou funkcí se nazývá každá funkce určená předpisem:

$y = ax^2 + bx + c; a \in R - \{0\}, b, c \in R$

x … je proměnná z příslušného definičního oboru funkce (nejčastěji množina R)

a, b, c … jsou koeficienty kvadratické funkce

jednotlivým členům říkáme: ax^2 … kvadratický člen

bx … lineární člen

c … absolutní člen

Graf základní kvadratické funkce, tj. funkce určené rovnicí: $y = ax^2$

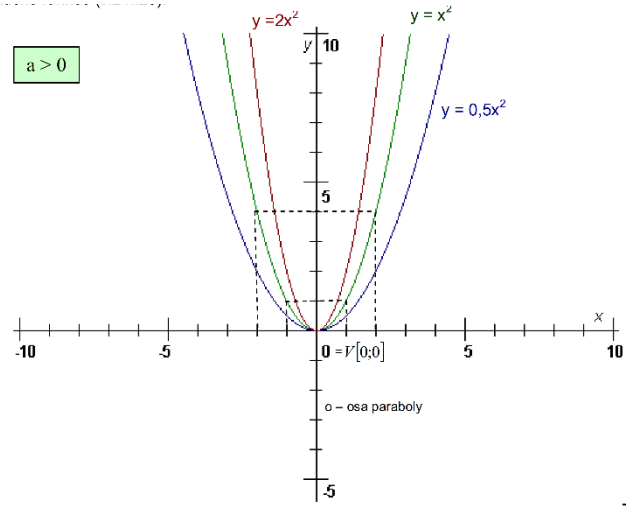
K sestrojení grafu použijeme následující tabulku:

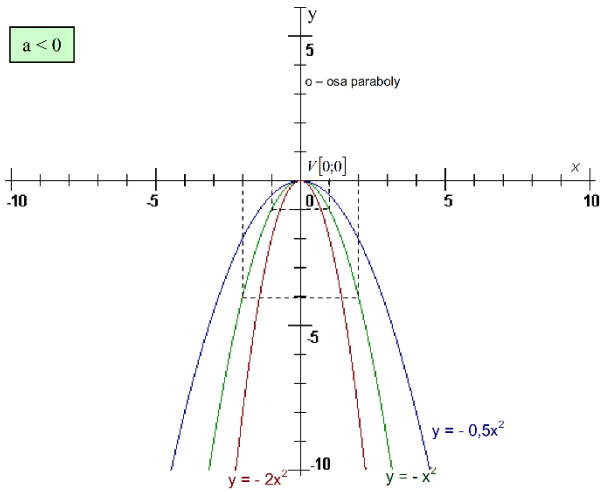
a	x / f(x)	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$a=1$	$y=x^2$	9	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$a=\frac{1}{2}$	$y=\frac{1}{2}x^2$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$
$a=2$	$y=2x^2$	18	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8	18
$a=-1$	$y=-x^2$	-9	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-9
$a=-\frac{1}{2}$	$y=-\frac{1}{2}x^2$	$-\frac{9}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$	0	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$
$a=-2$	$y=-2x^2$	-18	-8	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	-8	-18

a > 0

a < 0

Vypočtené souřadnice vyznačíme v soustavě souřadnic (pomocí os x a y), jednotlivé body spojíme křivkou

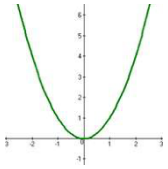




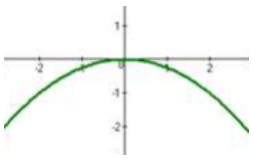
Vlastnosti funkce $y = ax^2$

- grafem je vždy parabola
- graf je vždy souměrný podle osy y
- vrchol paraboly má souřadnice $V[0,0]$

a) $a > 0 \rightarrow$ graf funkce leží nad osou x
- parabola je otevřená směrem „nahoru“ - $H(f) = R_0^+$
- $a > 0 \rightarrow$ funkce je klesající pro $x \in (-\infty, 0)$, je rostoucí pro $x \in (0, \infty)$

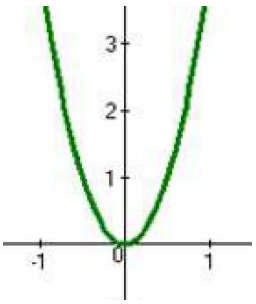


b) $a < 0 \rightarrow$ graf funkce leží pod osou x
- parabola je otevřená směrem „dolu“ - $H(f) = R_0^-$
- $a < 0 \rightarrow$ funkce je rostoucí pro $x \in (-\infty, 0)$, je klesající pro $x \in (0, \infty)$

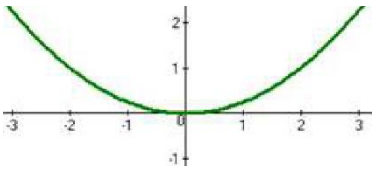


Ukázka grafů zadaných funkcí:

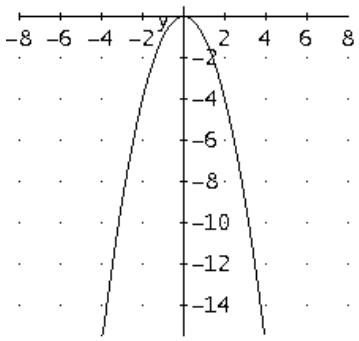
1. $\mathbf{a > 1}$, pak graf kvadratické funkce je úzký
   $y = 4x^2$



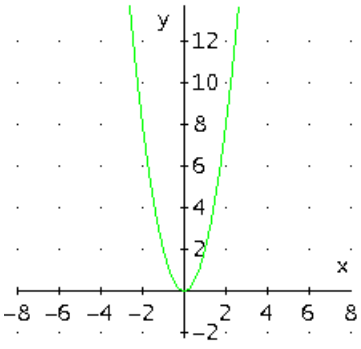
2. $\mathbf{a} \in (\mathbf{0}, \mathbf{1})$, pak graf kvadratické funkce je široký
   $y = \frac{1}{4}x^2$



3. Jsou dány funkce
   a) $y = -x^2$



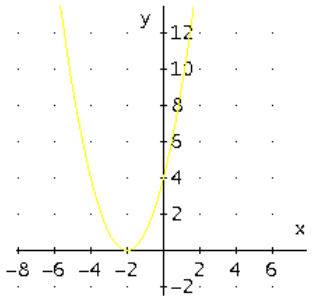
   b) $y = 2x^2$



Posouvání grafů kvadratické funkce

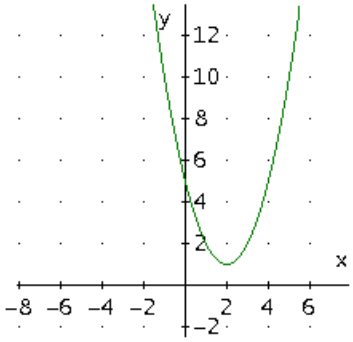
1. Je dána funkce: $y=(x+2)^2$

   $V[-2,0]$



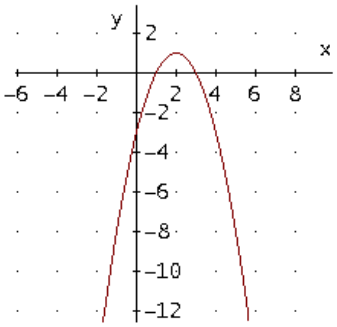
2. Je dána funkce: $y=(x-2)^2+1$

   $V[2,1]$



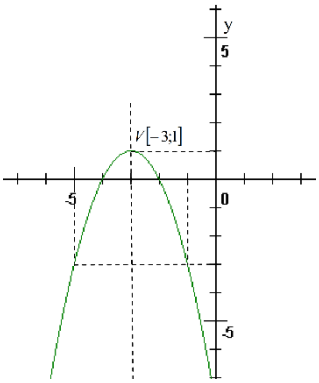
3. Je dána funkce: $y=-(x-2)^2+1$

   $V[2,1]$



4. Je dána funkce: $y=-(x+3)^2+1$

   $V[-3,1]$



Příklady:

1. Je dána funkce $y = x^2$. Zapište do tabulky funkční hodnoty v bodech: -3, -2, -1, -0,5, 0, 1, 2, 3. Získané uspořádané dvojice zakreslete v soustavě souřadnic 0xy a sestrojte graf dané funkce.
2. Je dána funkce $y = \frac{3}{4}x^2$. Sestrojte její graf, určete souřadnice vrcholu, definiční obor, obor hodnot. Určete, pro která x je funkce rostoucí, a pro která je klesající.
3. Sestrojte graf funkce, která je určena rovnicí: $y = -(x - 2,5)^2$. Určete souřadnice vrcholu.

Nápovědu můžete čerpat v následujících odkazech:

https://isibalo.com/matematika/funkce/vlastnosti-kvadraticke-funkce

https://isibalo.com/matematika/funkce/posuny-grafu-kvadraticke-funkce

Úkolem je dané téma (včetně vzorových příkladů a grafů) opsat do sešitu. Vypracovat zadané 3 příklady. Pak ofotit a poslat v podobě obrázku ve formátu jpg nebo png na již známou adresu.

Hodnotit se bude správnost řešení příkladů, správnost a přesnost sestrojených grafů.