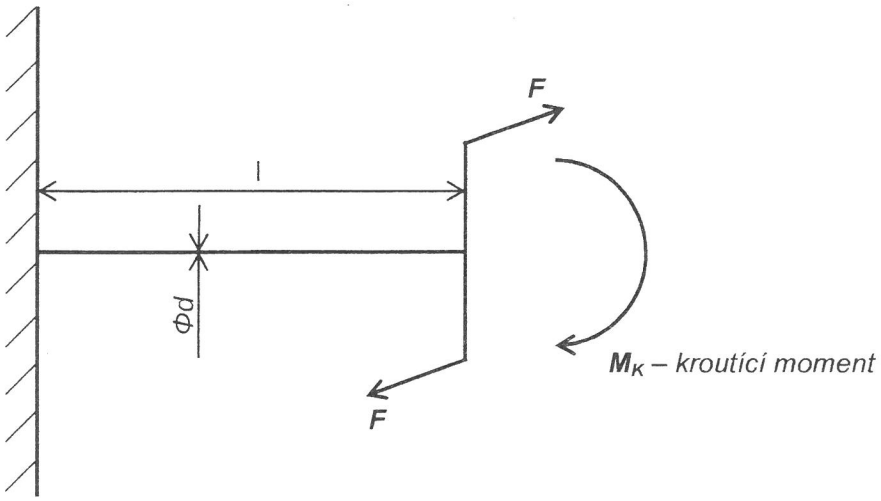
NAMÁHÁNÍ NA KRUT

KRUT KRUHOVÝCH PRŮŘEZŮ

Součást je namáhána na krut tehdy, působí-li na ni dvojice sil, která leží v rovině kolmé k ose součásti. Samotné namáhání krutem se v praxi vyskytuje velmi zřídka.



Po deformaci zůstává osa součásti přímá, neúčastní se deformace (***neutrální osa***). Napětí na ní je rovno nule.

Jednotlivé průřezy se proti sobě natáčejí jako tuhé celky (smýkají se po sobě, vzniká jen ***tečné napětí***).

Úhel natočení koncového průřezu vůči nehybnému upnutému průřezu se nazývá ***úhel zkroucení***. Tečné napětí roste přímo úměrně se vzdáleností od neutrální osy a dosahuje svého maxima na povrchu součásti. Napětí je po průřezu rozloženo nerovnoměrně.

Velikost napětí v krutu počítáme ze vztahu

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k},$$

kde τ_k – napětí v krutu,
M_k – kroutící moment,
W_k – průřezový modul v krutu.

Rozměrové rovnice pro napětí v krutu τ_k

$$MPa = \frac{N \cdot mm}{mm^3} = \frac{N}{mm^2},$$

$$Pa = \frac{N \cdot m}{m^3} = \frac{N}{m^2}.$$

Při dimenzování strojních součástí se vychází z podmínky, že skutečné napětí vznikající v zatížených strojních součástech nesmí být větší než příslušné napětí dovolené, odpovídající materiálu ze kterého je součást vyrobena, a způsobu zatížení.

VÝPOČTOVÁ (PEVNOSTNÍ) ROVNICE PRO KRUT

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{Dk},$$

Dovolené napětí v krutu je u konstrukčních ocelí $\tau_{Dk} = 0,6 \cdot \sigma_{Dt}$

Pro průřezový modul v krutu W_k platí vztah

$$W_k = \frac{\text{polární moment průřezu k neutrální ose průřezu}}{\text{vzdálenost okrajového vlákna průřezu od neutrální osy.}}$$

Průřezové moduly se nesmějí slučovat. To znamená, že při řešení průřezového modulu u obecného obrazce musíme nejdříve vypočítat polární moment průřezu a teprve tento dělit vzdáleností okrajového vlákna.

Průřezový modul v krutu pro kruhový průřez

$$W_k = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \doteq 0,2 \cdot d^3.$$

Průřezový modul v krutu pro mezikruhový průřez

$$W_k = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} \doteq 0,2 \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}.$$

Průřezové moduly v krutu jsou uvedeny i ve strojnických tabulkách.

Při výpočtu hřídelů s kruhovým průřezem bývá zpravidla znám místo kroutícího momentu přenášený výkon a otáčky. Kroutící moment pak vypočteme ze vztahu:

$$M_k = \frac{P}{\omega},$$

kde M_k – kroutící moment,
P – přenášený výkon,
ω – úhlová rychlost ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$; kde n – otáčky).

Rozměrová rovnice pro kroutící moment M_k

$$N \cdot m = \frac{W}{s^{-1}} = \frac{N \cdot m \cdot s^{-1}}{s^{-1}} = N \cdot m$$

DEFORMACE STROJNÍCH ČÁSTÍ NAMÁHANÝCH NA KRUT

Vznik napětí je v zatížených strojních součástech provázen vznikem deformace. Při namáhání na krut je deformační rovnicí ***Hookeův zákon*** pro krut daný vztahem:

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{G \cdot I_p},$$

kde φ – úhel zkroucení,
l – délka součásti,
G – modul pružnosti ve smyku (hodnoty jsou uvedeny ve strojnických tabulkách),
I_p – polární moment průřezu.

Součin $G \cdot I_p$ se nazývá tuhost v krutu.

Polární moment průřezu pro kruhový průřez

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \doteq 0,1 \cdot d^4.$$

Polární moment průřezu pro mezikruhový průřez

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot (D^4 - d^4) \doteq 0,1 \cdot (D^4 - d^4).$$

Polární momenty průřezu jsou uvedeny i ve strojnických tabulkách.

Rozměrové rovnice pro úhel zkroucení φ

$$rad = \frac{N \cdot mm \cdot mm}{MPa \cdot mm^4} = \frac{N \cdot mm \cdot mm}{N \cdot mm^{-2} \cdot mm^4} = rad = 1,$$

$$rad = \frac{N \cdot m \cdot m}{Pa \cdot m^4} = \frac{N \cdot m \cdot m}{N \cdot m^{-2} \cdot m^4} = rad = 1.$$

Úhel zkroucení ve stupních

$$\varphi° = \frac{M_k \cdot l}{G \cdot I_p} \cdot \frac{180}{\pi.}$$

Poměrné zkroucení (***zkrut***) znamená zkroucení hřídele na jednotku délky

$$\vartheta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_k}{G \cdot I_p.}$$

Přípustný zkrut ve stupních na 1 m

$$\vartheta° = \frac{M_k}{G \cdot I_p} \cdot \frac{180}{\pi} \leq \vartheta_D°$$

Dovolený zkrut ($\vartheta_D°$) volíme v běžné stavbě strojů v rozmezí ***0,25° ÷ 0,35°*** na 1 m délky hřídele.

Protože napětí rostou od nuly v neutrální ose do maxima na obvodu, je výhodné používat dutých profilů kolem neutrální osy. Ušetří se tím mnoho materiálu při nepatrném vzrůstu napětí.

ÚLOHA 1

Určete průměr ***d*** spojovacího hřídele z oceli 11 ***500***, který by přenášel střídavý kroutící moment M_k **= 900 N·m**. Se zřetelem na střídavý kroutící moment volte τ_{Dk} **= 50 MPa**. Průřezové rozměry hřídele musí vyhovovat pevnostní i deformační podmínce. Dovolený zkrut $\vartheta_D°$ **= 0,3° · m^{-1}** a $G = 0{,}8 \cdot 10^5$ ***MPa***.

ŘEŠENÍ

a) z deformační podmínky určíme průměr hřídele

$$\vartheta_D° = \frac{M_k}{G \cdot I_p} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$I_p = \frac{M_k}{G \cdot \vartheta_D°} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{900}{0{,}8 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}3} \cdot \frac{180}{\pi} = 2{,}149\,68 \cdot 10^{-6}\ m^4$$

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot I_p}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2{,}149\,68 \cdot 10^{-6}}{\pi}} = 6{,}84 \cdot 10^{-2}\ m = 68{,}4\ mm$$

Průměr hřídele zaokrouhlíme na ***d = 70 mm***.

b) pevnostní kontrola hřídele

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{Dk}$$

$$\tau_k = \frac{M_k}{0{,}2 \cdot d^3} = \frac{900\,000}{0{,}2 \cdot 70^3} = 13{,}12\ MPa$$

$$\tau_k < \tau_{Dk}$$

ÚLOHA 2

Jak velký výkon může přenášet při otáčkách $n = 25 \cdot s^{-1}$ dutý ocelový hřídel s rozměry $D = 80\ mm$ a $d = 50\ mm$ při $\tau_{Dk} = 90\ MPa$?

ŘEŠENÍ

a) z pevnostní rovnice určíme kroutící moment

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{Dk}$$

$$W_k = 0{,}2 \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = 0{,}2 \cdot \frac{80^4 - 50^4}{80} = 86\,775\ mm^3$$

$$M_k = W_k \cdot \tau_{Dk} = 86\,775 \cdot 90 = 7\,809\,750\ N \cdot mm = 7{,}8 \cdot 10^3 N \cdot m$$

b) ze vztahu $M_k = \frac{P}{\omega}$ určíme výkon

$$P = M_k \cdot \omega = M_k \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = 7{,}8 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 25 = 1\,224\,600\ W = 1\,224{,}6\ kW$$

ÚLOHA 3

Plný hřídel o průměru $d_1 = 100\ mm$ nahraďte dutým hřídelem s vnějším průměrem $D = 140\ mm$, který by měl stejný průřezový modul v krutu. Určete vnitřní průměr d dutého hřídele a úsporu materiálu v procentech. Oba hřídele mají stejný materiál, délku a stejné zatížení.

ŘEŠENÍ

a) určíme průřezový modul v krutu

$$W_k = 0{,}2 \cdot {d_1}^3 = 0{,}2 \cdot 100^3 = 200\,000\ mm^3$$